



13^{ος} ΤΟΠΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Χανιά, Σάββατο 20 Απριλίου 2013

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1^ο

α) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων

$$A = \left(\frac{1}{7} + \frac{24}{77} \right) \cdot \frac{22}{5} \quad \text{και} \quad B = 135 - 12 : 0,1 + 3 : \frac{1}{2}$$

β) Θέλουμε να διαιρέσουμε την τιμή της παράστασης A με κάποιον κατάλληλο αριθμό, ώστε το αποτέλεσμα της διαίρεσης να ισούται με την τιμή της παράστασης B . Ποιος είναι ο κατάλληλος αριθμός;
(οι τιμές των παραστάσεων A και B είναι αυτές που βρήκατε στο σκέλος α).

ΛΥΣΗ

α) Για την παράσταση A έχουμε:

$$\frac{1}{7} + \frac{24}{77} = \frac{1 \cdot 11}{7 \cdot 11} + \frac{24}{77} = \frac{11}{77} + \frac{24}{77} = \frac{35}{77} = \frac{5 \cdot 7}{11 \cdot 7} = \frac{5}{11} \quad \text{και} \quad \frac{22}{5} = \frac{2 \cdot 11}{5}$$

$$\text{άρα } A = \left(\frac{1}{7} + \frac{24}{77} \right) \cdot \frac{22}{5} = \frac{5}{11} \cdot \frac{2 \cdot 11}{5} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 11}{5 \cdot 11} = 2$$

Για την παράσταση B έχουμε:

$$12 : 0,1 = 12 : \frac{1}{10} = 12 \cdot \frac{10}{1} = 12 \cdot 10 = 120 \quad \text{και} \quad 3 : \frac{1}{2} = 3 \cdot \frac{2}{1} = 3 \cdot 2 = 6$$

$$\text{άρα } B = 135 - 12 : 0,1 + 3 : \frac{1}{2} = 135 - 120 + 6 = 21$$

β) Αν συμβολίσουμε με x τον κατάλληλο αριθμό, σύμφωνα με το πρόβλημα θέλουμε:

$A: x = B$, δηλαδή $\frac{A}{x} = B$, οπότε αντικαθιστώντας τις τιμές των A και B που βρήκαμε παραπάνω έχουμε $\frac{2}{x} = 21$ ή $\frac{2}{x} = \frac{21}{1}$ ή $2 \cdot 1 = x \cdot 21$.

Οπότε $x \cdot 21 = 2$ και άρα $x = \frac{2}{21}$

ΘΕΜΑ 2^ο

Μια εταιρεία συναρμολογεί ποδήλατα. Το κόστος κατασκευής κάθε ποδηλάτου είναι 50 ευρώ για τα εξαρτήματα και 30 ευρώ για την εργασία συναρμολόγησης. Η εταιρεία πουλάει τα συναρμολογημένα ποδήλατα προς 100 ευρώ το ένα.

α) Να βρείτε τι ποσοστό κέρδους έχει η εταιρεία από την πώληση κάθε ποδηλάτου.

β) Η εταιρεία αποφασίζει να αλλάξει εξαρτήματα για να βελτιώσει την ποιότητα των ποδηλάτων της. Το κόστος των νέων εξαρτημάτων είναι αυξημένο κατά 20% σε σχέση με τα παλιά. Να βρείτε:

1. Πόσο θα είναι τώρα το κόστος κατασκευής του κάθε ποδηλάτου;
2. Πόσο θα πρέπει να πουλάει τώρα η εταιρεία το κάθε ποδήλατο, ώστε να διατηρήσει το ίδιο ποσοστό κέρδους με πριν;

ΛΥΣΗ

α) Το συνολικό κόστος κατασκευής κάθε ποδηλάτου είναι $50 + 30 = 80$ ευρώ. Η εταιρεία το πουλάει προς 100 ευρώ, άρα κερδίζει 20 ευρώ από την πώληση κάθε ποδηλάτου. Συνεπώς:

Στα 80 ευρώ, το κέρδος είναι 20 ευρώ.

Στα 100 ευρώ, το κέρδος είναι x ευρώ.

Άρα $x \cdot 80 = 20 \cdot 100$ ή $x = \frac{20 \cdot 100}{80}$ ή $x = 25$

Άρα το ποσοστό κέρδους είναι 25%

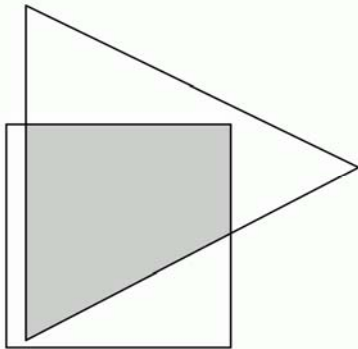
β) Το 20% των 50 ευρώ είναι $\frac{20}{100} \cdot 50 = 10$ ευρώ. Άρα το κόστος κατασκευής του κάθε ποδηλάτου αυξάνεται κατά 10 ευρώ.

1. Άρα το νέο (συνολικό) κόστος κατασκευής είναι $80 + 10 = 90$ ευρώ.
2. Το ποσοστό κέρδους είναι το ίδιο, άρα το κέρδος από την πώληση κάθε ποδηλάτου θα είναι το 25% των 90 ευρώ, δηλαδή $\frac{25}{100} \cdot 90 = 22,5$ ευρώ.

Άρα το ποδήλατο θα πουληθεί στην τιμή των $90 + 22,5 = 112,5$ ευρώ.

ΘΕΜΑ 3^ο

α) Ένα τρίγωνο είναι τοποθετημένο πάνω σε ένα τετράγωνο πλευράς 6 εκατοστών, όπως φαίνεται στο σχήμα. Με σκούρο χρώμα φαίνεται το κοινό



τους κομμάτι, το οποίο καλύπτει το 60% του τριγώνου και τα $\frac{2}{3}$ του τετραγώνου. Πόσο είναι το εμβαδό του τριγώνου;

β) Η Άννα, η Βάσω, ο Γεράσιμος και ο Διονύσης πήγαν στο περίπτερο και αγόρασαν ο καθένας από ένα προϊόν. Τα προϊόντα που αγοράστηκαν ήταν 2 παγωτά και 2 σοκολάτες.

Αν γνωρίζετε ότι

1. η Άννα δεν αγόρασε παγωτό
2. τα δύο αγόρια αγόρασαν διαφορετικό προϊόν
3. η Βάσω δεν αγόρασε το ίδιο προϊόν με το Διονύση

μπορείτε να συμπεράνετε τι προϊόν αγόρασε το κάθε ένα από τα παιδιά;

ΛΥΣΗ

α) Αφού το τετράγωνο έχει πλευρά 6 εκατοστά, το εμβαδό του θα είναι $6 \cdot 6 = 36$ τετραγωνικά εκατοστά. Γνωρίζουμε ότι το κοινό κομμάτι καλύπτει τα $\frac{2}{3}$ του τετραγώνου. Άρα το εμβαδό του κοινού κομματιού είναι $\frac{2}{3} \cdot 36 = 24$ τετραγωνικά εκατοστά, που αποτελεί επίσης το 60% του εμβαδού του τριγώνου. Άρα έχουμε:

Το 60% του εμβαδού του τριγώνου είναι 24 τετρ. εκ.

Το 100% του εμβαδού του τριγώνου είναι x τετρ. εκ.

$$\text{Οπότε } \frac{60}{100} = \frac{24}{x} \quad \text{ή} \quad \frac{3}{5} = \frac{24}{x} \quad \text{ή} \quad x \cdot 3 = 24 \cdot 5 \quad \text{ή} \quad x = \frac{24 \cdot 5}{3} = 40$$

Άρα το εμβαδό του τριγώνου είναι 40 τετραγωνικά εκατοστά.

β) Εξετάζουμε τα δεδομένα που μας δόθηκαν:

1. η Άννα δεν αγόρασε παγωτό

Άρα η Άννα αγόρασε σοκολάτα.

2. τα δύο αγόρια αγόρασαν διαφορετικό προϊόν
3. η Βάσω δεν αγόρασε το ίδιο προϊόν με το Διονύση

Άρα η Βάσω αγόρασε το ίδιο προϊόν με τον Γεράσιμο.

Συνεπώς η Βάσω και ο Γεράσιμος δε γίνεται να έχουν αγοράσει σοκολάτα, γιατί τότε μαζί με τη σοκολάτα της Άννας θα είχαν αγοραστεί συνολικά 3 σοκολάτες.

Άρα η Βάσω και ο Γεράσιμος αγόρασαν παγωτό, και άρα ο Διονύσης αγόρασε σοκολάτα.

Οπότε τελικά έχουμε:

Άννα:	Σοκολάτα
Βάσω:	Παγωτό
Γεράσιμος:	Παγωτό
Διονύσης:	Σοκολάτα

ΘΕΜΑ 4^ο

Η Μαρία κι η Ελένη πουλάνε νόστιμες πίτες. Η Μαρία έφτιαξε 5 πίτες και η Ελένη 3 πίτες, ίδιες με της Μαρίας. Μια και δεν εμφανίστηκε κάποιος πελάτης, αποφασίζουν να φάνε η κάθε μία τις πίτες της πριν κρυσώσουν. Τότε όμως εμφανίζεται ο Αριστείδης, οπότε τα κορίτσια του λένε να καθίσει να φάει μαζί τους. Τελικά έφαγαν όλοι ακριβώς την ίδια ποσότητα και στο τέλος ο Αριστείδης πλήρωσε 40 ευρώ για την ποσότητα που έφαγε. Πώς πρέπει να μοιραστούν τα 40 ευρώ η Μαρία και η Ελένη ώστε η μοιρασιά να είναι δίκαιη;

ΛΥΣΗ

Συνολικά και οι τρεις έφαγαν $5 + 3 = 8$ πίτες, άρα η κοινή ποσότητα που έφαγαν ήταν $\frac{8}{3}$ πίτες.

Η ποσότητα που έφαγε ο Αριστείδης προήλθε από τη Μαρία και την Ελένη ως εξής:

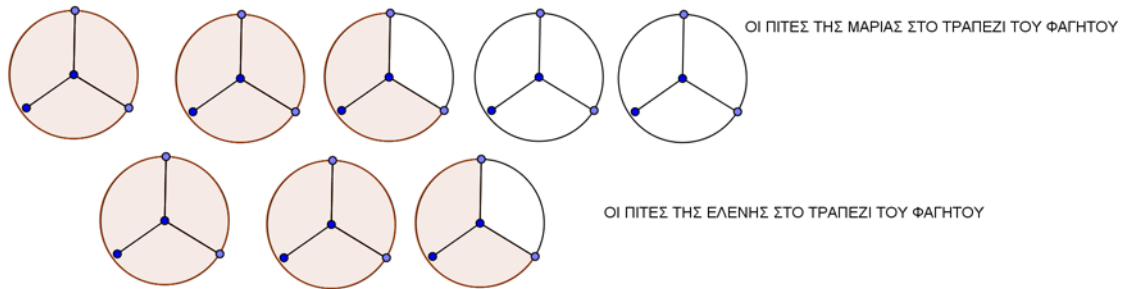
Η Μαρία διέθετε 5 πίτες. Έφαγε ποσότητα $\frac{8}{3}$ πίτες, άρα έμεινε για τον

Αριστείδη ποσότητα $5 - \frac{8}{3} = \frac{15}{3} - \frac{8}{3} = \frac{7}{3}$ πίτες.

Η Ελένη διέθετε 3 πίτες. Έφαγε ποσότητα $\frac{8}{3}$ πίτες, άρα έμεινε για τον

Αριστείδη ποσότητα $3 - \frac{8}{3} = \frac{9}{3} - \frac{8}{3} = \frac{1}{3}$ πίτες.

Μια σχηματική αναπαράσταση των παραπάνω είναι π.χ. η εξής:



Έτσι ο Αριστείδης έφαγε $\frac{7}{3} + \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$ πίτες και πλήρωσε 40 ευρώ. Άρα το $\frac{1}{3}$ της πίτας τού κόστισε $40 : 8 = 5$ ευρώ.

Η Μαρία τού έδωσε ποσότητα $\frac{7}{3} = 7 \cdot \frac{1}{3}$ πίτες, άρα πρέπει να πάρει $7 \cdot 5 = 35$ ευρώ.

Και η Ελένη τού έδωσε ποσότητα $\frac{1}{3} = 1 \cdot \frac{1}{3}$ πίτες, άρα πρέπει να πάρει $1 \cdot 5 = 5$ ευρώ.

Ή αλλιώς, η Μαρία έδωσε στον Αριστείδη 7-πλάσια ποσότητα από όση τού έδωσε η Ελένη, άρα τα 40 ευρώ πρέπει να μοιραστούν με τέτοιο τρόπο ώστε η Μαρία να πάρει 7 φορές περισσότερα χρήματα από όσα η Ελένη. Άρα έχουμε τα ανάλογα ποσά:

Για σύνολο 8 ευρώ, η Μαρία θα πάρει 7 ευρώ και η Ελένη 1 ευρώ.

Για σύνολο 40 ευρώ, η Μαρία θα πάρει x ευρώ και η Ελένη y ευρώ.

Άρα $\frac{8}{40} = \frac{7}{x}$ ή $x \cdot 8 = 7 \cdot 40$ ή $x = \frac{7 \cdot 40}{8}$ ή $x = 7 \cdot 5 = 35$, άρα 35 ευρώ η Μαρία

Και $\frac{8}{40} = \frac{1}{y}$ ή $y \cdot 8 = 1 \cdot 40$ ή $y = \frac{40}{8} = 5$, άρα 5 ευρώ η Ελένη